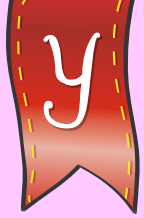




19 березня 2015 року

Міжнародний математичний конкурс "Кенгуру"

Рівень "Випускник"



умови завдань для учнів 11 класу
загальноосвітньої школи

Любий друже! Пам'ятай:

- * за кожну задачу можна отримати від трьох до п'яти балів;
- * за неправильну відповідь бали не знімаються;
- * серед запропонованих варіантів відповідей є лише один правильний;
- * користуватись калькулятором, математичними довідниками чи іншою допоміжною літературою категорично заборонено;
- * термін виконання завдань – 75 хв.

Будь уважний! Тобі під силу віднайти всі правильні відповіді!
Часу обмаль, тож поспішай! Бажаємо успіху!

Завдання 1 – 10 оцінюються трьома балами

Юрій хоче розмістити у порожні клітинки правильної рівності $2 \square 0 \square 1 \square 5 = 4$ знаки $+$, $-$, \div та \times . Який знак він повинен поставити між 1 та 5?

1

А: +

Б: -

В: \div

Г: \times

Д: Юрій не зможе отримати правильну рівність.

2

$$(a - b)^3 + (b - a)^3 =$$

А: 0

Б: $2(a - b)^3$

В: $2a^3 - 2b^3$

Г: $2a^3 + 2b^3$

Д: $6a^2b + 6ab^2$

3

Скільки розв'язків має рівняння $2^{2x} = 4^{x+1}$?

А: 0

Б: 1

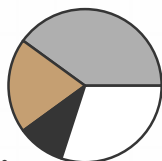
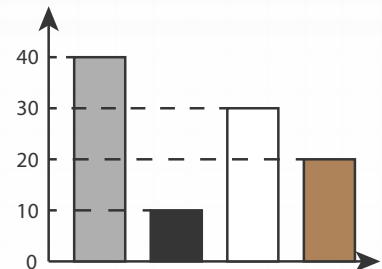
В: 2

Г: 3

Д: 4

4

Діана намалювала стовпчасту діаграму, на якій зображено кількість дерев чотирьох різних видів у парку. Дмитро вважає, що кругова діаграма краще зобразить кількість дерев кожного виду у цьому парку. Як виглядатиме така кругова діаграма?



А:



Б:



В:



Г:



Д:

5

$$\sqrt{(2015 + 2015) + (2015 - 2015) + (2015 \cdot 2015) + (2015 \div 2015)} =$$

А: $\sqrt{2015}$

Б: 2015

В: 2016

Г: 2017

Д: 4030

14

Функції $f(x)$ та $g(x)$ для всіх дійсних значень x задовольняють систему рівнянь:

$$\begin{cases} f(x) + g(x) = 3x - 5 \\ f(x) - g(x) = 2x + 10 \end{cases}.$$

Чому дорівнює значення $\int_0^1 (3f(x) + g(x)) dx$?

A: 1**Б: 2****В: 2,5****Г: 3****Д: 4****15**

Нехай a, b, c, d, e – п'ять різних натуральних чисел таких, що $\frac{c}{e} = b$ та $e - d = a$. Яке з чисел a, b, c, d, e найбільше?

A: a**Б: b****В: c****Г: d****Д: e****16**

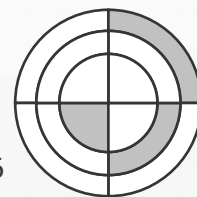
Функція $f(x) = 2015x^{2013} - 2$ визначена на множині дійсних чисел. Для деякого дійсного h справджується рівність $f(h) = -2015$. Чому дорівнює $f(-h)$?

A: 2011**Б: 2012****В: 2013****Г: 2014****Д: 2015****17**

Середнім геометричним n невід'ємних чисел називається корінь n -го степеня з добутку цих чисел. Середнє геометричне трьох чисел дорівнює 3, а середнє геометричне інших трьох чисел дорівнює 12. Чому дорівнює середнє геометричне усіх цих шести чисел?

A: 4**Б: 6****В: $\frac{15}{2}$** **Г: $\frac{15}{6}$** **Д: 36****18**

На малюнку зображено три концентричні кола (які мають спільний центр) і два перпендикулярні діаметри. Три зафарбовані частини мають рівні площі. Чому дорівнює добуток радіусів цих трьох кіл, якщо радіус найменшого кола дорівнює 1?

**A: $\sqrt{6}$** **Б: 3****В: $\frac{3\sqrt{3}}{2}$** **Г: $2\sqrt{2}$** **Д: 6****19**

Автомобільний дилер купив дві машини. Першу він продав за ціною, яка на 40% більша тієї ціни, яку він сплатив при її купівлі, а другу – за ціною на 60% більшою, ніж при купівлі. Гроші, які отримав дилер при продажі цих двох автомобілів, на 54% більші суми, витраченої ним при купівлі. Чому дорівнює відношення цін автомобілів при купівлі першої та другої машин?

A: 10:13**Б: 20:27****В: 3:7****Г: 7:12****Д: 2:3****20**

Для дійсних значень x та y справджується рівність $\frac{x(y+2015)}{x^2+(y+2015)^2} = -\frac{1}{2}$. Чому дорівнює значення виразу $x+y$?

A: -2015**Б: -2013****В: 0****Г: 2013****Д: 2015**

Завдання 21 – 30 оцінюються п'ятьма балами

21

Петро має 2015 кульок, пронумерованих числами від 1 до 2015. Кульки з номерами, суми цифр на яких є рівними, мають однаковий колір, а кульки з різними сумами цифр на номерах мають різні кольори. Кульки скількох кольорів має Петро?

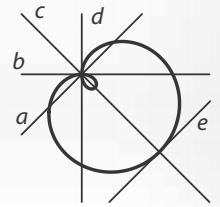
A: 10-и**Б: 27-и****В: 28-и****Г: 29-и****Д: 2015-и****22**

Скільки цілих трицифрових додатних чисел можуть бути представленими у вигляді суми рівно дев'яти різних степенів двійки з цілими невід'ємними показниками?

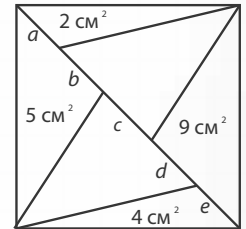
A: 1**Б: 2****В: 3****Г: 4****Д: 5**

23

Крива, зображена на малюнку, описується рівнянням $(x^2 + y^2 - 2x)^2 = 2(x^2 + y^2)$. Яка з прямих, із запропонованих у відповідях, є віссю Oy ?

А: a Б: b В: c Г: d Д: e **24**

Квадрат площею 30 см^2 поділено спочатку діагоналлю навпіл, а потім на трикутники так, як це показано на малюнку. Площі деяких з цих трикутників вказані на малюнку. Яка частина діагоналі є найдовшою?

А: a Б: b В: c Г: d Д: e **25**

Дмитро має кубик із числами 1, 2, 3, 4, 5, 6 на його шести гранях. Ірина має кубик, на шести гранях якого зображені числа 2, 2, 2, 5, 5 та 5. Дмитро та Ірина підкидають свої кубики для того, щоб отримати на верхній грані більше число, ніж у суперника. Якщо два числа рівні – це нічия. Чому дорівнює ймовірність того, що виграє Ірина?

А: $\frac{1}{3}$ Б: $\frac{7}{18}$ В: $\frac{5}{12}$ Г: $\frac{1}{2}$ Д: $\frac{11}{18}$ **26**

Яка з відповідей буде першою правильною, якщо їх читати зверху вниз (від А до Д)?

А: Відповідь В правильна.

Б: Відповідь А правильна.

В: Відповідь Д неправильна.

Г: Відповідь Б неправильна.

Д: $1 + 1 = 2$.**27**

Для скількох різних значень n величини кутів правильного n -кутника у градусах є цілими числами?

А: 17

Б: 18

В: 22

Г: 24

Д: 25

28

Для деякого дійсного значення x виконується рівність $\frac{1}{\cos x} - \operatorname{tg} x = \frac{1}{3}$. Чому може дорівнювати $\sin x$?

А: 1 і 0,8

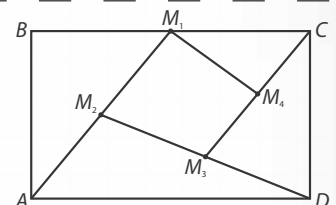
Б: $-0,4$ і $-0,8$ В: $0,4$ і $0,8$

Г: лише 1

Д: лише 0,8

29

У прямокутнику $ABCD$ точки M_1, M_2, M_3 та M_4 – середини відрізків BC, AM_1, DM_2 , та CM_3 відповідно (див. мал.). Чому дорівнює відношення площ чотирикутника $M_1M_2M_3M_4$ та прямокутника $ABCD$?

А: $\frac{7}{16}$ Б: $\frac{3}{16}$ В: $\frac{7}{32}$ Г: $\frac{9}{32}$ Д: $\frac{1}{5}$ **30**

На дошці намальовані блакитні та червоні прямокутники. Точно 7 з прямокутників – квадрати. Кількість червоних прямокутників на 3 більша за кількість блакитних квадратів, а кількість червоних квадратів на 2 більша, ніж блакитних прямокутників. Скільки блакитних прямокутників намальовано на дошці?

А: 1

Б: 3

В: 5

Г: 6

Д: 10